

## 宿題 No.2 - 解答例

2024 年 5 月 6 日

※正答は赤字、解説は青字で印字してあります。

## 問 1 ~ 問 5

ある大学の統計学の講義で100点満点の中間試験を実施したところ、平均40点、標準偏差10点であった。各学生の本来の得点（「素点」という）は整数値である。平均点が想定を大きく下回り合格者が少数になりそうな点を危惧した担当教員は、次の(a)(b)のいずれかの方法で得点調整を行うことを検討している。

- (a) 各学生の素点に一律10点を加えたものを得点とする。
- (b) 各学生の素点を20%増加させたものを得点とする。この場合、調整後の得点が小数値をとることを認める。例えば、素点が43点である場合、8.6点を加えて51.6点を得点とする。

このとき、次のそれぞれの説明が正しければ①、誤っていれば②、与えられた情報だけで判断できなければ③を選べ。

問1：(a)に比べて(b)の方が調整後の得点の平均は大きくなる。②

(a)の平均は $40 + 10 = 50$ 点、一方、(b)の平均は $40 \times 1.2 = 48$ 点である。

問2：(a)に比べて(b)の方が調整後の得点の標準偏差は大きくなる。①

(a)の標準偏差は10点のまま、一方、(b)の標準偏差は $10 \times 1.2 = 12$ 点である。

問3：(a)に比べて(b)の方が調整後の得点が60点以上の学生の割合は大きくなる。

②

(a)による得点が60点以上の素点は $60 - 10 = 50$ 点以上、一方、(b)による得点が60点以上の素点も $60 \div 1.2 = 50$ 点以上である。

問4：(a)に比べて(b)の方が調整後の得点と素点との相関係数は大きくなる。②

(a)(b)いずれを採用しても、各学生の得点は正の傾きを持つ素点の一次関数で表されるため、相関係数はともに1である。

問5：(a)に比べて(b)の方が各学生の偏差値は高くなる。なお、偏差値を求める公式は $50 + 10 \times (\text{調整後の得点を標準化した数値})$ である。②

(a)(b)いずれを採用しても各学生の標準化後の得点は同一であり、偏差値に差は生じない。

## 問6～問8

$n$ 個のデータ $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ から計算される相関係数を $r_{XY}$ とする。このとき、次のそれぞれの説明が正しければ①、誤っていれば②、与えられた情報だけで判断できなければ③を選べ。

問6： $Z = 2X$ とするとき、 $(Z_1, Y_1), \dots, (Z_n, Y_n)$ から計算される相関係数 $r_{ZY}$ について、 $r_{ZY} > r_{XY}$ が成り立つ。②

$Z$ は $X$ の一次関数かつ傾きが正であるから、 $r_{ZY} = r_{XY}$ である。

問7： $W = Y + 35$ とするとき、 $(Y_1, W_1), \dots, (Y_n, W_n)$ から計算される相関係数 $r_{YW}$ について、 $r_{YW} \geq r_{XY}$ が成り立つ。①

$(Y_1, W_1), \dots, (Y_n, W_n)$ は正の傾きを持つ直線上に並んでいることから $r_{YW} = 1$ であり、相関係数の上限も考慮して、 $r_{YW} = 1 \geq r_{XY}$ が成り立つ。

問8： $X$ と $Y$ の役割を入れ替えて $(Y_1, X_1), \dots, (Y_n, X_n)$ から計算される相関係数 $r_{YX}$ について、 $r_{YX} = -r_{XY}$ が成り立つ。②

$r_{XY}$ の算式は $(X, Y)$ に関する対称式であるから、 $r_{YX} = r_{XY}$ が成り立つ。

## 問9～問14

以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。

統計学者H氏は昨年7月1か月間の平均気温 $X$ と1人当たりアイスクリーム消費量 $Y$ との関係を米国50州それぞれの最大の都市で調査し、 $X$ と $Y$ の相関係数が0.7であることを確認した。なお、元データの計測単位は $X$ が華氏(°F)、 $Y$ がガロンであり、H氏は日本の学生にもわかりやすいよう華氏を摂氏(°C)、ガロンをリットルに換算した。なお、 $X$ と摂氏に換算した平均気温 $Z$ 、 $Y$ とリットルに換算した1人当たりアイスクリーム消費量 $W$ との間にはそれぞれ次のような関係がある。

$$X = \frac{9}{5}Z + 32$$

$$W = 3.785412Y$$

このとき、 $X$ の分散は $Z$ の分散の（問9）倍、 $Y$ の平均は $W$ の平均の（問10）倍、さらに、 $Y$ の標準偏差は $W$ の標準偏差の（問11）倍である。また、 $Z$ と $W$ の相関係数、 $Z$ と $Y$ の相関係数、 $Z$ と $X$ の相関係数はそれぞれ（問12）、（問13）および（問14）である。

問9：①  $\frac{25}{81}$     ②  $\frac{5}{9}$     ③  $\frac{9}{5}$     ④  $\frac{81}{25}$

$X$ と $Z$ の関係式における $Z$ の傾きに注目し、 $X$ の分散は $Z$ の分散の $\left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{81}{25}$ 倍になることがわかる。

問10 : ①  $\frac{1}{(3.785412)^2}$  ②  $\frac{1}{3.785412}$  ③ 3.785412 ④  $(3.785412)^2$

問11 : ①  $\frac{1}{(3.785412)^2}$  ②  $\frac{1}{3.785412}$  ③ 3.785412 ④  $(3.785412)^2$

$Y = \frac{1}{3.785412}W$  から、 $Y$  の平均（標準偏差）は  $W$  の平均（標準偏差）の  $\frac{1}{3.785412}$  倍になることがわかる。

問12 : ① -1.0 ② -0.7 ③ **0.7** ④ 1.0

問13 : ① -1.0 ② -0.7 ③ **0.7** ④ 1.0

$Z$  と  $W$  はそれぞれ  $X$  と  $Y$  を正の定数倍をした後に定数を加えたものであるから、 $Z$  と  $Y$  の相関係数および  $Z$  と  $X$  の相関係数は、 $X$  と  $Y$  の相関係数と同じ値である。

問14 : ① -1.0 ② -0.7 ③ 0.7 ④ **1.0**

$X$  は正の傾きを持つ  $Z$  の一次関数で表されるため、これらの相関係数は 1 になる。