宿題 No.3 - 解答例

2025 年 5 月 22 日

※正答は赤字、解説は青字で印字してあります。

問1 ～ 問4

以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。

ワールドシリーズ（＝メジャーリーグベースボール（MLB）の優勝決定戦）では、出場する2球団（A, Nとする）のうち先に4勝したチームが優勝となる。シリーズ中の1試合でAがNに勝つ確率が1/2であり、この確率はシリーズを通して一定、かつ、各試合の勝敗は互いに独立であると仮定する。このとき、ワールドシリーズがちょうど第4戦、第5戦、第6戦、第7戦で終了する確率はそれぞれ（ 問1 ）、（ 問2 ）、（ 問3 ）、（ 問4 ）である。

問1：① $\frac{1}{16}$　**② $\frac{1}{8}$**　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{5}{16}$

$$Pr\left(\text{Aが4連勝する}\right)+Pr\left(\text{Aが4連敗する}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{4}+\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4}=\frac{1}{8}$$

問2：① $\frac{1}{16}$　② $\frac{1}{8}$　**③ $\frac{1}{4}$**　④ $\frac{5}{16}$

$$\begin{aligned}&Pr\left(\text{Aが第4戦までに3勝し、第5戦に勝つ}\right)\\&+Pr\left(\text{Aが第4戦までに3敗し、第5戦に負ける}\right)\\&={}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{1}\times\frac{1}{2}+{}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^{1}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}\end{aligned}$$

問3：① $\frac{1}{16}$　② $\frac{1}{8}$　③ $\frac{1}{4}$　**④ $\frac{5}{16}$**

$$\begin{aligned}&Pr\left(\text{Aが第5戦までに3勝し、第6戦に勝つ}\right)\\&+Pr\left(\text{Aが第5戦までに3敗し、第6戦に負ける}\right)\\&={}_5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{2}\times\frac{1}{2}+{}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{16}\end{aligned}$$

問4：① $\frac{1}{16}$　② $\frac{1}{8}$　③ $\frac{1}{4}$　**④ $\frac{5}{16}$**

$$Pr\left(\text{Aが第6戦終了時点で3勝3敗である}\right)={}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\left(1-\frac{1}{2}\right)^{3}=\frac{5}{16}$$

問 5 ～ 問 6

以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。

白玉8個、赤玉4個が入っている袋から球を1個取り出し、色を調べてからもとにもどす。この試行を6回続けて行うとき、白玉が少なくとも2回出る確率は（ 問5 ）、また、6回目に2度目の白玉が出る確率は（ 問6 ）である。

1回の試行で白玉が出る確率は$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$である。

問5：① $\frac{13}{729}$　② $\frac{73}{729}$　③ $\frac{656}{729}$　④ $\frac{716}{729}$

$$
\begin{aligned}
Pr\left(\text{白玉が少なくとも2回出る}\right) &= 1 - Pr\left(\text{白玉が出るのは1回以下}\right) \\
&= 1 - \left\{Pr\left(\text{白玉が1回も出ない}\right) + Pr\left(\text{白玉が1回出る}\right)\right\} \\
&= 1 - \left\{ {}_6C_0\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(1-\frac{2}{3}\right)^6 + {}_6C_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(1-\frac{2}{3}\right)^5 \right\} = 1 - \frac{13}{729} = \frac{716}{729}
\end{aligned}
$$

問6：① $\frac{20}{729}$　② $\frac{40}{729}$　③ $\frac{80}{729}$　④ $\frac{160}{729}$

$$
\begin{aligned}
&Pr\left(\text{5回目までに白玉が1回出て、6回目にも白玉が出る}\right) \\
&= {}_5C_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(1-\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{20}{729}
\end{aligned}
$$

問 7 ～ 問 10

以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。

ある通販会社が取り扱う掃除機は売上2000台に対し1台の割合で返品されるという。この通販会社が販売した掃除機3000台について、返品が皆無、1台、2台、3台以上である確率はそれぞれ（ 問7 ）、（ 問8 ）、（ 問9 ）、（ 問10 ）である。なお、返品台数はポアソン分布に従うものと考えてよい。【ヒント：平均発生回数λのポアソン分布に従う確率変数Xがxをとる確率は

$$
Pr(X=x)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, x=0,1,2,\ldots
$$

であり、また、$e \approx 2.71828$としてよい。】

掃除機1台が返品される確率は$p=\frac{1}{2000}$、掃除機の販売台数は$n=3000$であるから、平均返品台数は$\lambda = np = 3000 \times \frac{1}{2000} = 1.5$(台)である。返品台数を表す確率変数を$X$とおくと、これが特定の非負の整数値$x$をとる確率は

$$Pr(X=x)=\frac{e^{-1.5}1.5^x}{x!}=\frac{1}{e^{1.5}}\times\frac{1.5^x}{x!}$$

である。なお、確率計算には以下の結果を用いる。

$$\frac{1}{e^{1.5}}\approx\frac{1}{2.71828^{1.5}}\approx 0.223130$$

問7：①0.13　②0.19　**③0.22**　④0.25　⑤ 0.33

$$Pr(X=0)=\frac{1}{e^{1.5}}\times\frac{1.5^0}{0!}\approx 0.223130\times\frac{1}{1}\approx 0.2231$$

問8：①0.13　②0.19　③0.22　④0.25　**⑤ 0.33**

$$Pr(X=1)=\frac{1}{e^{1.5}}\times\frac{1.5^1}{1!}\approx 0.223130\times\frac{1.5}{1}\approx 0.3347$$

問9：①0.13　②0.19　③0.22　**④0.25**　⑤ 0.33

$$Pr(X=2)=\frac{1}{e^{1.5}}\times\frac{1.5^2}{2!}\approx 0.223130\times\frac{2.25}{2}\approx 0.2510$$

問10：①0.13　**②0.19**　③0.22　④0.25⑤ 0.33

$$Pr(X\geq 3)=1-Pr(X<3)=1-Pr(X\leq 2)$$
$$\approx 1-(0.2231+0.3347+0.2510)=0.1912$$