

宿題 No.4 - 解答例

2025 年 6 月 2 日

※正答は赤字、解説は青字で印字してあります。

問1 ~ 問4

以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。また、必要に応じて正規分布表を利用せよ。

A社とB社はあるレーザープリンターに装着して使用できるトナーカートリッジを生産している。A社が製造するカートリッジはA4サイズ用の紙を平均13,000枚印刷することができ、印刷枚数の標準偏差は2,500枚である。一方、B社が製造するカートリッジはA4サイズ用の紙を平均12,000枚印刷することができ、印刷枚数の標準偏差は2,000枚である。それぞれのカートリッジの印刷枚数は正規分布に従うと仮定する。プリンターにA社が製造するカートリッジを装着する場合、印刷枚数が10,000枚を下回る確率は（問1）であり、B社が製造するカートリッジの平均印刷枚数を上回る枚数を印刷できる確率は（問2）である。また、プリンターにB社が製造するカートリッジを装着する場合、印刷枚数が10,000枚を下回る確率は（問3）であり、A社が製造するカートリッジの平均印刷枚数を上回る枚数を印刷できる確率は（問4）である。

A社製およびB社製カートリッジを装着する場合の印刷枚数をそれぞれ X_A, X_B （単位：枚）、さらにこれらを標準化したものを Z_A, Z_B と表記する。以下、 $X_A \sim N(13000, 2500^2)$ および $X_B \sim N(12000, 2000^2)$ を利用する。

問1：①**11.5%** ②13.0% ③14.5% ④15.9%

$$\begin{aligned} Pr(X_A < 10000) &= Pr(X_A \leq 10000) = Pr\left(\frac{X_A - 13000}{2500} \leq \frac{10000 - 13000}{2500}\right) \\ &= Pr(Z_A \leq -1.20) = \Phi(-1.20) = 1 - \Phi(1.20) = 1 - 0.8849 \\ &= 0.1151 \end{aligned}$$

問2：①30.9% ②34.5% ③**65.5%** ④69.1%

$$\begin{aligned} Pr(X_A > 12000) &= 1 - Pr(X_A \leq 12000) \\ &= 1 - Pr\left(\frac{X_A - 13000}{2500} \leq \frac{12000 - 13000}{2500}\right) \\ &= 1 - Pr(Z_A \leq -0.40) = \Phi(0.40) = 0.6554 \end{aligned}$$

問3：①11.5% ②13.0% ③14.5% ④**15.9%**

$$\begin{aligned} Pr(X_B < 10000) &= Pr(X_B \leq 10000) = Pr\left(\frac{X_B - 12000}{2000} \leq \frac{10000 - 12000}{2000}\right) \\ &= Pr(Z_B \leq -1.00) = \Phi(-1.00) = 1 - \Phi(1.00) = 1 - 0.8413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$

問4：①30.9% ②34.5% ③65.5% ④69.1%

$$\begin{aligned} Pr(X_B > 13000) &= 1 - Pr(X_B \leq 13000) \\ &= 1 - Pr\left(\frac{X_B - 12000}{2000} \leq \frac{13000 - 12000}{2000}\right) \\ &= 1 - Pr(Z_B \leq 0.50) = 1 - \Phi(0.50) = 1 - 0.6915 = 0.3085 \end{aligned}$$

問5～問7

高名な料理人K氏が鯛のあら炊き1皿を調理するのに要する時間は平均22分、標準偏差5分の正規分布とみなして差し支えないとする。このとき、以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。また、必要に応じて正規分布表を利用せよ。

- (1) K氏が鯛のあら炊き1皿を調理するのに要する時間が20分から25分の間である確率は（問5）である。
- (2) K氏が鯛のあら炊き1皿を調理するのに要する時間が（問6）を超える確率は0.1である。
- (3) あるテレビ局はK氏をスタジオに招き、30分間の生放送情報番組内で鯛のあら炊き1皿を調理してもらおうと計画している。この番組の終了時点でK氏の調理が完了していない確率は（問7）である。なお、K氏は番組冒頭から調理を開始し、番組の前後に一切CMは入らない（＝番組は正味30分間である）とする。また、番組出演者の試食時間を考慮に入れる必要はない。

調理に要する時間を X （単位：分）、また標準化後の調理時間を Z と表記する。以下、 $X \sim N(22, 5^2)$ を利用する。

問5：①37.1% ②38.1% ③39.1% ④40.1%

$$\begin{aligned} Pr(20 \leq X \leq 25) &= Pr\left(\frac{20 - 22}{5} \leq \frac{X - 22}{5} \leq \frac{25 - 22}{5}\right) \\ &= Pr(-0.40 \leq Z \leq 0.60) = \Phi(0.60) - \Phi(-0.40) \\ &= \Phi(0.60) - \{1 - \Phi(0.40)\} = 0.7257 - (1 - 0.6554) = 0.3811 \end{aligned}$$

問6：①26.4分 ②27.4分 ③28.4分 ④29.4分

$$Pr(X > c) = 0.1 \Rightarrow Pr(X \leq c) = 0.9$$

を満たす c を求めればよい。まず、

$$0.9 = Pr\left(\frac{X - 22}{5} \leq \frac{c - 22}{5}\right) = Pr(Z \leq c')$$

とおき、正規分布表を利用すると $c' = 1.28$ が得られる。次に、

$$c' = \frac{c - 22}{5} = 1.28$$

から

$$c = 22 + 5 \times 1.28 = 28.4$$

である。

問7：①0.055% ②0.55% ③**5.5%** ④55%

$$\begin{aligned} Pr(X > 30) &= 1 - Pr(X \leq 30) = 1 - Pr\left(\frac{X - 22}{5} \leq \frac{30 - 22}{5}\right) \\ &= 1 - Pr(Z \leq 1.60) = 1 - \Phi(1.60) = 1 - 0.9452 = 0.0548 \end{aligned}$$

問 8 ～ 問 19

以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。また、必要に応じて正規分布表を利用せよ。

平均20、分散64の正規母集団から取り出した n 個のデータの標本平均 $\bar{X} = \bar{X}_n$ に対し、確率 $p(n) = Pr(\bar{X}_n \leq 18)$ を考える。まず、 $n = 4$ の場合、 $\bar{X}_4$ は平均（問8）、分散（問9）の正規分布に従い、 $p(4) =$ （問10）である。次に、 $n = 16$ の場合、 $\bar{X}_{16}$ は平均（問11）、分散（問12）の正規分布に従い、 $p(16) =$ （問13）である。さらに、 $n = 25$ の場合、 $\bar{X}_{25}$ は平均（問14）、分散（問15）の正規分布に従い、 $p(25) =$ （問16）である。最後に、 $n = 100$ の場合、 $\bar{X}_{100}$ は平均（問17）、分散（問18）の正規分布に従い、 $p(100) =$ （問19）である。

問8：①5 ②10 ③15 ④**20**

問9：①4 ②**16** ③32 ④64

問10：①26.9% ②28.9% ③**30.9%** ④32.9%

$\bar{X}_4 \sim N\left(20, \frac{64}{4}\right) = N(20, 16)$ であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} p(4) &= Pr(\bar{X}_4 \leq 18) = Pr\left(\frac{\bar{X}_4 - 20}{4} \leq \frac{18 - 20}{4}\right) \\ &= Pr(Z \leq -0.50) = 1 - \Phi(0.50) = 1 - 0.6915 = 0.3085 \end{aligned}$$

となる。

問11：①5 ②10 ③15 ④**20**

問12：①2 ②**4** ③16 ④32

問13：①14.9% ②**15.9%** ③16.9% ④17.9%

$\bar{X}_{16} \sim N\left(20, \frac{64}{16}\right) = N(20, 4)$ であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} p(16) &= Pr(\bar{X}_{16} \leq 18) = Pr\left(\frac{\bar{X}_{16} - 20}{2} \leq \frac{18 - 20}{2}\right) \\ &= Pr(Z \leq -1.00) = 1 - \Phi(1.00) = 1 - 0.8413 = 0.1587 \end{aligned}$$

となる。

問14 : ①5 ②10 ③15 ④**20**

問15 : ①1.60 ②**2.56** ③3.20 ④10.24

問16 : ①8.6% ②**10.6%** ③12.6% ④14.6%

$\bar{X}_{25} \sim N\left(20, \frac{64}{25}\right) = N(20, 2.56)$ であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} p(25) &= Pr(\bar{X}_{25} \leq 18) = Pr\left(\frac{\bar{X}_{25} - 20}{1.6} \leq \frac{18 - 20}{1.6}\right) \\ &= Pr(Z \leq -1.25) = 1 - \Phi(1.25) = 1 - 0.8944 = 0.1056 \end{aligned}$$

となる。

問17 : ①5 ②10 ③15 ④**20**

問18 : ①0.16 ②0.32 ③**0.64** ④0.80

問19 : ①0.006% ②0.06% ③**0.6%** ④6%

$\bar{X}_{100} \sim N\left(20, \frac{64}{100}\right) = N(20, 0.64)$ であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} p(100) &= Pr(\bar{X}_{100} \leq 18) = Pr\left(\frac{\bar{X}_{100} - 20}{0.8} \leq \frac{18 - 20}{0.8}\right) \\ &= Pr(Z \leq -2.50) = 1 - \Phi(2.50) = 1 - 0.9938 = 0.0062 \end{aligned}$$

となる。