

## 宿題 No.4 - 解答例

2026 年 5 月 26 日

※正答は赤字、解説は青字で印字してあります。

## 問1 ~ 問4

以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。また、必要に応じて正規分布表を利用せよ。

A社とB社はあるレーザープリンターに装着して使用できるトナーカートリッジを生産している。A社が製造するカートリッジはA4サイズの内紙を平均13,000枚印刷することができ、印刷枚数の標準偏差は2,500枚である。一方、B社が製造するカートリッジはA4サイズの内紙を平均12,000枚印刷することができ、印刷枚数の標準偏差は2,000枚である。それぞれのカートリッジの印刷枚数は正規分布に従うと仮定する。プリンターにA社が製造するカートリッジを装着する場合、印刷枚数が10,000枚を下回る確率は（問1）であり、B社が製造するカートリッジの平均印刷枚数を上回る枚数を印刷できる確率は（問2）である。また、プリンターにB社が製造するカートリッジを装着する場合、印刷枚数が10,000枚を下回る確率は（問3）であり、A社が製造するカートリッジの平均印刷枚数を上回る枚数を印刷できる確率は（問4）である。

A社製およびB社製カートリッジを装着する場合の印刷枚数をそれぞれ  $X_A, X_B$ （単位：枚）、さらにこれらを標準化したものを  $Z_A, Z_B$  と表記する。以下、 $X_A \sim N(13000, 2500^2)$  および  $X_B \sim N(12000, 2000^2)$  を利用する。

問1：①11.5% ②13.0% ③14.5% ④15.9%

$$\begin{aligned} Pr(X_A < 10000) &= Pr(X_A \leq 10000) = Pr\left(\frac{X_A - 13000}{2500} \leq \frac{10000 - 13000}{2500}\right) \\ &= Pr(Z_A \leq -1.20) = \Phi(-1.20) = 1 - \Phi(1.20) = 1 - 0.8849 \\ &= 0.1151 \end{aligned}$$

問2：①30.9% ②34.5% ③65.5% ④69.1%

$$\begin{aligned} Pr(X_A > 12000) &= 1 - Pr(X_A \leq 12000) \\ &= 1 - Pr\left(\frac{X_A - 13000}{2500} \leq \frac{12000 - 13000}{2500}\right) \\ &= 1 - Pr(Z_A \leq -0.40) = \Phi(0.40) = 0.6554 \end{aligned}$$

問3：①11.5% ②13.0% ③14.5% ④15.9%

$$\begin{aligned} Pr(X_B < 10000) &= Pr(X_B \leq 10000) = Pr\left(\frac{X_B - 12000}{2000} \leq \frac{10000 - 12000}{2000}\right) \\ &= Pr(Z_B \leq -1.00) = \Phi(-1.00) = 1 - \Phi(1.00) = 1 - 0.8413 \\ &= 0.1587 \end{aligned}$$

問4：①30.9% ②34.5% ③65.5% ④69.1%

$$\begin{aligned} Pr(X_B > 13000) &= 1 - Pr(X_B \leq 13000) \\ &= 1 - Pr\left(\frac{X_B - 12000}{2000} \leq \frac{13000 - 12000}{2000}\right) \\ &= 1 - Pr(Z_B \leq 0.50) = 1 - \Phi(0.50) = 1 - 0.6915 = 0.3085 \end{aligned}$$

### 問5～問7

ロックバンドNumber Crunchingのライブは、一回当たり所要時間の平均115分、標準偏差10分の正規分布とみなして差し支えないとする。このとき、以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。また、必要に応じて正規分布表を利用せよ。

- (1) Number Crunching の一回のライブに要する時間が 100 分から 120 分の間である確率は（問5）である。
- (2) Number Crunching の一回のライブに要する時間が（問6）を超える確率は 0.15 である。
- (3) Number Crunching のライブの観客の中に、こっそりスマートフォンを使ってライブを録音しようとして計画している不届き者（仮に名前を Mr. X としよう）が含まれているとする。Mr. X のスマートフォンはライブ直前の段階で 100% 充電された状態で、このとき最大 130 分まで録音可能である。Mr. X はライブ冒頭から録音を開始するものとして、ライブ全体の録音ができない確率は（問7）である。なお、Mr. X は予備のスマートフォンを持ち合わせていないものとし、また、持ち込んだ唯一のスマートフォンにライブ途中で音声録音アプリの不具合等は発生せず、さらに、ライブ中に充電することはできないものとする。

ライブの所要時間を  $X$ （単位：分）、また標準化後の所要時間を  $Z$  と表記する。以下、 $X \sim N(115, 10^2)$  を利用する。

問5：①0.62 ②0.69 ③0.76 ④0.93

$$\begin{aligned} Pr(100 \leq X \leq 120) &= Pr\left(\frac{100 - 115}{10} \leq \frac{X - 115}{10} \leq \frac{120 - 115}{10}\right) \\ &= Pr(-1.50 \leq Z \leq 0.50) = \Phi(0.50) - \Phi(-1.50) \\ &= \Phi(0.50) - \{1 - \Phi(1.50)\} = 0.6915 - (1 - 0.9332) = 0.6247 \end{aligned}$$

問6：①120.4分 ②125.4分 ③130.4分 ④135.4分

$$Pr(X > c) = 0.15 \Rightarrow Pr(X \leq c) = 0.85$$

を満たす  $c$  を求めればよい。まず、

$$0.85 = Pr\left(\frac{X - 115}{10} \leq \frac{c - 115}{10}\right) = Pr(Z \leq c')$$

とおき、正規分布表を利用すると  $c' = 1.04$  が得られる。次に、

$$c' = \frac{c - 115}{10} = 1.04$$

から

$$c = 115 + 10 \times 1.04 = 125.4 \text{ (分)}$$

である。

問7：①0.00067 ②0.0067 ③**0.067** ④0.67

$$\begin{aligned} Pr(X > 130) &= 1 - Pr(X \leq 130) = 1 - Pr\left(\frac{X - 115}{10} \leq \frac{130 - 115}{10}\right) \\ &= 1 - Pr(Z \leq 1.50) = 1 - \Phi(1.50) = 1 - 0.9332 = 0.0668 \end{aligned}$$

### 問8～問19

以下の空欄に該当する数値を選べ。もし正答が見つからない場合は、正答に最も近い数値を選択せよ。また、必要に応じて正規分布表を利用せよ。

平均20、分散64の正規母集団から取り出した $n$ 個のデータの標本平均 $\bar{X} = \bar{X}_n$ に対し、確率 $p(n) = Pr(\bar{X}_n \leq 18)$ を考える。まず、 $n = 4$ の場合、 $\bar{X}_4$ は平均（問8）、分散（問9）の正規分布に従い、 $p(4) =$ （問10）である。次に、 $n = 16$ の場合、 $\bar{X}_{16}$ は平均（問11）、分散（問12）の正規分布に従い、 $p(16) =$ （問13）である。さらに、 $n = 25$ の場合、 $\bar{X}_{25}$ は平均（問14）、分散（問15）の正規分布に従い、 $p(25) =$ （問16）である。最後に、 $n = 100$ の場合、 $\bar{X}_{100}$ は平均（問17）、分散（問18）の正規分布に従い、 $p(100) =$ （問19）である。

問8：①5 ②10 ③15 ④**20**

問9：①4 ②**16** ③32 ④64

問10：①26.9% ②28.9% ③**30.9%** ④32.9%

$\bar{X}_4 \sim N\left(20, \frac{64}{4}\right) = N(20, 16)$ であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} p(4) &= Pr(\bar{X}_4 \leq 18) = Pr\left(\frac{\bar{X}_4 - 20}{4} \leq \frac{18 - 20}{4}\right) \\ &= Pr(Z \leq -0.50) = 1 - \Phi(0.50) = 1 - 0.6915 = 0.3085 \end{aligned}$$

となる。

問11：①5 ②10 ③15 ④**20**

問12：①2 ②**4** ③16 ④32

問13：①14.9% ②**15.9%** ③16.9% ④17.9%

$\bar{X}_{16} \sim N\left(20, \frac{64}{16}\right) = N(20, 4)$ であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} p(16) &= Pr(\bar{X}_{16} \leq 18) = Pr\left(\frac{\bar{X}_{16} - 20}{2} \leq \frac{18 - 20}{2}\right) \\ &= Pr(Z \leq -1.00) = 1 - \Phi(1.00) = 1 - 0.8413 = 0.1587 \end{aligned}$$

となる。

問14 : ①5 ②10 ③15 ④**20**

問15 : ①1.60 ②**2.56** ③3.20 ④10.24

問16 : ①8.6% ②**10.6%** ③12.6% ④14.6%

$\bar{X}_{25} \sim N\left(20, \frac{64}{25}\right) = N(20, 2.56)$ であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} p(25) &= Pr(\bar{X}_{25} \leq 18) = Pr\left(\frac{\bar{X}_{25} - 20}{1.6} \leq \frac{18 - 20}{1.6}\right) \\ &= Pr(Z \leq -1.25) = 1 - \Phi(1.25) = 1 - 0.8944 = 0.1056 \end{aligned}$$

となる。

問17 : ①5 ②10 ③15 ④**20**

問18 : ①0.16 ②0.32 ③**0.64** ④0.80

問19 : ①0.006% ②0.06% ③**0.6%** ④6%

$\bar{X}_{100} \sim N\left(20, \frac{64}{100}\right) = N(20, 0.64)$ であるから、求める確率は

$$\begin{aligned} p(100) &= Pr(\bar{X}_{100} \leq 18) = Pr\left(\frac{\bar{X}_{100} - 20}{0.8} \leq \frac{18 - 20}{0.8}\right) \\ &= Pr(Z \leq -2.50) = 1 - \Phi(2.50) = 1 - 0.9938 = 0.0062 \end{aligned}$$

となる。